EXERCICE№14

1) * pour $x>0$; $0\le 1+\cos x\le 2 \Rightarrow 0\le\frac{1+\cos x}{x}\le\frac{2}{x} \Rightarrow 0\le f(x)\le\frac{2}{x}$

$\lim\limits_{x\to+\infty}(\frac{2}{x})=0$ d'où $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=0$

* pour $x<0$; $0\le 1+\cos x\le 2 \Rightarrow 0\ge f(x)\ge\frac{2}{x}$

$\lim\limits_{x\to-\infty}(\frac{2}{x})=0$ d'où $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=0$

2) * pour $x\neq 0$; $0\le 1+\cos x\le 2 \Rightarrow 0\le f(x)\le\frac{2}{\sqrt{|x|}}$

$\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{2}{\sqrt{|x|}}=\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{2}{\sqrt{|x|}}=0$ d'où $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=0$

3) * pour $x\in IR$; $0\le 1+\cos x\le 2 \Rightarrow 0\le |x|(1+\cos x)\le 2|x|$

$\Rightarrow 0\le\frac{|x|(1+\cos x)}{x^4+x^2+3}\le\frac{2|x|}{x^4+x^2+3} \Rightarrow 0\le|f(x)|\le\frac{2|x|}{x^4+x^2+3}$

$\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{2|x|}{x^4+x^2+3}=\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{2|x|}{x^4+x^2+3}=0$ d'où

$\lim\limits_{|x|\to+\infty}|f(x)|=0$ $\lim\limits_{|x|\to+\infty} f(x)=0$

EXERCICE№15

1) * pour $x\in IR$; $-1\le\sin x\le 1 \Rightarrow -1\le-\sin x\le 1\Rightarrow 1\le 2-\sin x\le 3$

$\Rightarrow\frac{1}{3}\le\frac{1}{2-\sin x}\le 1$

2) * pour $x>0$; $\frac{1}{2-\sin x}\ge\frac{1}{3} \Rightarrow \frac{x}{2-\sin x}\ge\frac{x}{3}$

$\lim\limits_{x\to+\infty}(\frac{x}{3})=+\infty$ d'où $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{x}{2-\sin x}=+\infty$

* Soit $f(x)=\frac{x+\sin x}{2-\sin x}=\frac{(x+2)+(\sin x-2)}{2-\sin x}=\frac{(x+2)}{2-\sin x}-1$

* pour $x>0$; $\frac{1}{2-\sin x}\ge\frac{1}{3} \Rightarrow \frac{x+2}{2-\sin x}\ge\frac{1}{3}(x+2)\Rightarrow f(x)\ge\frac{1}{3}(x-1)$

$\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{1}{3}(x-1)=+\infty$ d'où $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$

EXERCICE№16

$f(x)=\frac{x\cos x}{x^2+1}$

1) $|xf(x)|=\frac{x^2}{x^2+1}|\cos x|=(1-\frac{1}{x^2+1})|\cos x|$

$|\cos x|\le 1$ et $1-\frac{1}{x^2+1}\le 1$ d'où $|xf(x)|\le 1$

2) $|f(x)|\le\frac{1}{|x|}$ pour $x\neq 0$

$\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{1}{|x|}=\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{1}{|x|}=0$ d'où $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=0$

Qarray.tn - Aqra Blech - Qarray.tn